

Devoir n°3

MIA 03

à rendre le 27 avril 1999

Exercice 1.

Soit a un réel non nul, et f la fonction 2π -périodique donnée par

$$f(x) = e^{ax} \quad \text{pour } x \in [0, 2\pi[.$$

1. Tracer le graphe de f sur $[-2\pi, 2\pi]$.
2. Déterminer les coefficients de Fourier de f .
3. Donner, en la justifiant, la valeur de

$$\frac{1}{2a} + \sum_{n \geq 1} \frac{a \cos(nx) - n \sin(nx)}{n^2 + a^2}$$

pour $x \in [0, 2\pi[$.

4. En déduire les sommes $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2 + 1}$ et $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1}$.

Exercice 2.

On considère une famille de quatre enfants. Il y a trois possibilités:

- (a) Tous les enfants sont du même sexe (répartition 4-0).
- (b) 3 enfants sont du même sexe, et 1 enfant du sexe opposé (répartition 3-1).
- (c) Il y a 2 filles et 2 garçons (répartition 2-2).

Quel est la plus probable? Donner la probabilité de chaque événement.