# Errata

D. Chafaï

22 décembre 2008

Ce document recense les errata concernant le livre collectif [ABC$^+$00] ISBN 2-85629-105-8 ISSN 1272-3835. Pour faire part de vos remarques, envoyez un courriel à l'adresse `djalil[at]chafai.net`. Le site Internet de référence pour ce document est `http://djalil.chafai.net/`

### Errata du chapitre 3

- Équation (3.7) page 54, juste après le symbole d'égalité : lire $\mathbf{E}_{\mu_1}(\mathbf{Ent}_{\mu_2}(f^2))$ au lieu de $\mathbf{E}_{\mu_1}(\mathbf{Ent}_{\mu_2}(f))$.

### Errata du chapitre 4

- Lemme 4.3.7 page 62 : remplacer
$$\|f\|_q^2 \leq \|f\|_2^2 + (p-1)\,\|\tilde{f}\|_q^2$$
par
$$\|f\|_q^2 \leq \|f\|_1^2 + (p-1)\,\|\tilde{f}\|_q^2.$$
- Dernière inégalité de la page 71, membre de droite : supprimer le terme $\|f\|_2^2$, et remplacer $n$ par $k$.
- Première ligne de la page 72 : remplacer « changement de variable » par « changement de fonction ».
- Inégalité (4.14) page 72 : multiplier les deux termes du membre de droite par $4\omega_{k+1}^{-2/k}$.
- Page 72, deuxième ligne après l'équation (4.14) : remplacer $\mathbb{S}_n \subset \mathbb{R}^{k+1}$ par $\mathbb{S}_k \subset \mathbb{R}^{k+1}$.

### Errata du chapitre 5

- Page 76, ligne 12 : remplacer $\sqrt{1-e^{-t}}$ par $\sqrt{1-e^{-2t}}$.

### Errata du chapitre 6

- Précision sur le théorème 6.2.1 page 98 par Ivan Gentil : bien que ce théorème soit vrai, la preuve donnée ne traite pas le cas où la fonction $1/\nu$ n'est pas intégrale sur les compacts de $[0,\infty[$. Pour traiter ce cas spécial, il est plus commode d'utiliser les inégalités de type *capacité-mesure* développées dans [Maz85, BR03, BCR06]. Le théorème 6.2.1 est fondamental dans le chapitre 6 car il permet de prouver les théorèmes 6.2.2 et 6.3.4. Illustrons ces deux derniers théorèmes sur l'exemple de la loi de probabilité $\nu$ sur $\mathbb{R}$ de densité proportionnelle à $|x|^{-\alpha}\exp(-x^2)$, où $\alpha > -1$ est un réel fixé. D'après les théorèmes 6.2.2 et 6.3.4, cette mesure vérifie les inégalités de Poincaré et de Sobolev logarithmique si et seulement si $\alpha \in ]-1,+1[$. En effet si $\alpha \geq 1$, alors la fonction $1/\nu$ n'est plus intégrable au voisinage de 0 et donc les inégalités de Poincaré et de Sobolev logarithmique sont fausses. Dans ce cas la singularité est assez forte au voisinage de 0 pour que le support soit vu comme un ensemble non connexe en quelque sorte ;
- Remarque 6.4.4 : il est possible de construire des exemples de fonctions satisfaisant $\Phi''(x) \geq a > 0$ pour tout $x$ réel, mais ne satisfaisant pas les hypothèses du théorème 6.4.3. Ainsi, on ne retrouve pas le résultat classique du corollaire 5.5.2 comme la remarque 6.4.4 l'affirme injustement.

### Errata du chapitre 9

- Page 156, ligne 5 : lire « celles » au lieu de « celle ».

### Errata du chapitre 10

- Page 184, ligne 18 : remplacer $\Psi$ par $\Phi$.

### Errata de l'index

- Page 217, ligne 10, colonne 2 : lire « Harnack » au lieu de « Harnak ».

### Errata de l'errata

L'unique raison d'être de cette section est ludique, une amorce de récursivité…

### Remerciements

Merci à Patrick Cattiaux, Pascal Massart et Anastasios Zachos pour leurs remarques et commentaires.

# Références


[ABC+00] C. Ané, S. Blachère, D. Chafaï, P. Fougères, I. Gentil, F. Malrieu, C. Roberto et G. Scheffer – *Sur les inégalités de Sobolev logarithmiques*, Panoramas et Synthèses, vol. 10, Société Mathématique de France, Paris, 2000.

[BCR06] F. Barthe, P. Cattiaux et C. Roberto – « Interpolated inequalities between exponential and Gaussian, Orlicz hypercontractivity and isoperimetry », *Rev. Mat. Iberoam.* **22** (2006), no. 3, p. 993–1067.

[BR03] F. Barthe et C. Roberto – « Sobolev inequalities for probability measures on the real line », *Studia Math.* **159** (2003), no. 3, p. 481–497, Dedicated to Professor Aleksander Pełczyński on the occasion of his 70th birthday (Polish).

[Maz85] V. G. Maz'ja – *Sobolev spaces*, Springer Series in Soviet Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 1985, Translated from the Russian by T. O. Shaposhnikova.